

Alle Primzahlen bis Hundert

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Das kleine und das große Einmaleins

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120	128	136	144	152	160
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	143	154	165	176	187	198	209	220
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240
13	13	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156	169	182	195	208	221	234	247	260
14	14	28	42	56	70	84	98	112	126	140	154	168	182	196	210	224	238	252	266	280
15	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300
16	16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	192	208	224	240	256	272	288	304	320
17	17	34	51	68	85	102	119	136	153	170	187	204	221	238	255	272	289	306	323	340
18	18	36	54	72	90	108	126	144	162	180	198	216	234	252	270	288	306	324	342	360
19	19	38	57	76	95	114	133	152	171	190	209	228	247	266	285	304	323	342	361	380
20	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400

DAS BETTERMARKS MATHEWISSEN

MIT TIPPS, TRICKS UND
VIELEN BEISPIELEN

ALLE THEMEN AUS DIESEM HEFT
KANNST DU AUCH ONLINE ÜBEN AUF:

WWW.BETTERMARKS.DE

VORAB

ALLGEMEINE RECHENREGELN UND GESETZMÄSSIGKEITEN

Grundbegriffe

Addition

Summand + Summand = Summe

Beispiel: $6 + 3 = 9$

Subtraktion

Minuend – Subtrahend = Differenz

Beispiel: $6 - 3 = 3$

Multiplikation

Faktor · Faktor = Produkt

Beispiel: $6 \cdot 3 = 18$

Division

Dividend : Divisor = Quotient

Beispiel: $6 : 3 = 2$



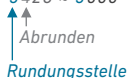
Durch 0 wird niemals dividiert!

Runden

Abrunden

Ziffer rechts neben der Rundungsstelle ist 0, 1, 2, 3 oder 4.

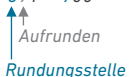
Beispiel: (auf Tausender runden) $3428 \approx 3000$



Aufrunden

Ziffer rechts neben der Rundungsstelle ist 5, 6, 7, 8 oder 9.

Beispiel: (auf Hunderter runden) $891 \approx 900$



Rechenregeln und Rechengesetze

Es gilt die Punkt- vor der Strichrechnung.

Beispiel: $4 + \frac{2 \cdot 3}{6}$
 $= 4 + \frac{6}{6}$
 $= 10$

Klammern werden immer zuerst berechnet.

Beispiel: $\frac{(5 - 2) \cdot 4}{3} = \frac{3 \cdot 4}{3} = 12$



Die Klammer sagt: „Zuerst komm ich!“

Denk ferner dran: „Stets Punkt vor Strich.“

1.1 NATÜRLICHE ZAHLEN

Menge der natürlichen Zahlen

Bei den natürlichen Zahlen kannst du immer um eins weiterzählen, du kommst nie zu einem Ende.

Die Menge \mathbb{N} ist also unendlich.

Beispiel: $\mathbb{N} = \{1; 2; 3; 4; 5; \dots\}$

Oft wird auch die Null zu den natürlichen Zahlen gezählt:

$\mathbb{N}_0 = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; \dots\}$

Große Zahlen

Große Zahlen über Hundertausend: Million, Milliarde, Billion, Billiarde, Trillion, Trilliarde, ...

Beispiel: 1 Mio. = 1 000 000 = 1 Million

1 Mrd. = 1 000 000 000 = 1 Milliarde

1 Bio. = 1 000 000 000 000 = 1 Billion

1 Brd. = 1 000 000 000 000 000 = 1 Billiarde

Kleines und großes Einmaleins

Eine Abbildung des kleinen und des großen Einmaleins findest du auf dem Umschlag dieses Hefts.

Schriftliche Addition

- » Schreibe Stellenwert unter Stellenwert.
- » Addiere spaltenweise von rechts nach links (zuerst die Einer).
- » Wenn die Summe der Stellenwerte größer als 9 ist, machst du einen Übertrag.

Beispiel:

				6	8	6
+		6	1	9	3	
+		3	8	8	6	
		1	2	1		
		1	0	7	6	5

← Übertrag

Schriftliche Subtraktion durch Erweitern

- » Schreibe Stellenwert unter Stellenwert.
- » Wenn der Subtrahend größer ist als der Minuend, erweiterst du den nächsten Stellenwert des Minuenden.

Beispiel:

				6	8	7	6
-				2	8	7	8
				1	1	1	
				3	9	9	8

1.2 TEILBARKEIT UND PRIMZAHLEN

Primzahl

Eine natürliche Zahl größer eins heißt Primzahl, wenn sie genau zwei verschiedene Teiler besitzt: Sie ist nur durch 1 und durch sich selbst teilbar.

Die Primzahlen von 1 – 100 findest du auf der letzten Seite dieses Hefts.

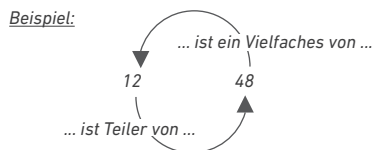
Primfaktorzerlegung

Jede natürliche Zahl größer eins ist entweder selbst eine Primzahl oder lässt sich als Produkt von Primzahlen schreiben.

Beispiel: $2940 = 2 \cdot 1470$ 2940 ist gerade: **Primfaktor 2**
 $= 2 \cdot 2 \cdot 735$ 1470 ist gerade: **Primfaktor 2**
 $= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 245$ Quersumme (735) = 15. 3 teilt 15: **Primfaktor 3**
 $= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 49$ 245 ist durch 5 teilbar: **Primfaktor 5**
 $= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$ 49 ist durch 7 teilbar: **Primfaktor 7**
 $= 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2$ Potenzen aufschreiben

Teiler und Vielfache

Eine Zahl x ist genau dann Teiler einer anderen Zahl y, wenn y ein Vielfaches von x ist.



größter gemeinsamer Teiler (ggT)

Unter den gemeinsamen Teilern gibt es einen größten. Diese Zahl heißt „der **größte gemeinsame Teiler**“ (ggT).

Beispiel: $ggT(12; 32) = 4$
 Du bestimmst die beiden Teilmengen:
 $T(12) = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$
 $T(32) = \{1; 2; 4; 8; 16; 32\}$
 Die gemeinsamen Teiler sind 1, 2 und 4, davon ist 4 der ggT.

1.2 TEILBARKEIT UND PRIMZAHLEN

kleinstes gemeinsames Vielfaches (kgV)

Unter den gemeinsamen Vielfachen gibt es ein kleinstes. Diese Zahl heißt „das **kleinste gemeinsame Vielfache**“ (kgV).

Beispiel: $kgV(6; 9) = 18$
 Du bestimmst die beiden Vielfachenmengen:
 $V(6) = \{6; 12; 18; 24; 30; 36; 42; 48; 54; \dots\}$
 $V(9) = \{9; 18; 27; 36; 45; 54; 63; \dots\}$
 Die gemeinsamen Vielfachen sind 18, 36, 54, ..., also ist 18 das kgV.

1.3 BRUCHRECHNUNG

Bruch

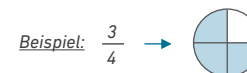
Der **Nenner** gibt an, in wie viele **gleich große Teile** das Ganze zerlegt werden soll.

Der **Zähler** gibt an, wie viele davon ausgewählt werden sollen.



Echter Bruch

Bei einem echten Bruch ist der Zähler kleiner als der Nenner.



Unechter Bruch

Bei einem unechten Bruch ist der Zähler größer als der Nenner.



Gemischte Zahl

Eine gemischte Zahl besteht aus einer natürlichen Zahl (den Ganzen) und einem Bruch.

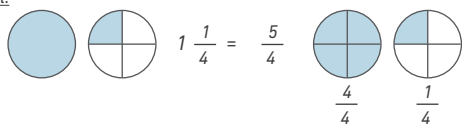


1.3 BRUCHRECHNUNG

Umwandeln

Gemischte Zahlen kannst du in unechte Brüche umwandeln.

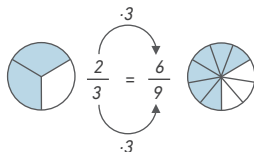
Beispiel:



Erweitern

Du kannst einen Bruch erweitern, indem du Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl multiplizierst.

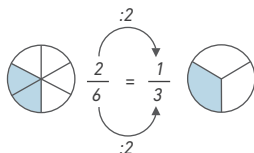
Beispiel:



Kürzen

Du kannst einen Bruch kürzen, indem du Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl dividierst. Diese Kürzungszahl muss Zähler und Nenner teilen.

Beispiel:



Brüche und Prozente

1% ist einer von 100, das entspricht $\frac{1}{100}$.

Beispiel: Wichtige Prozentwerte, die du kennen solltest.

$$\begin{array}{ll}
 1\% = \frac{1}{100} & 50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} \\
 10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} & 75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} \\
 25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} & 100\% = \frac{100}{100} = 1
 \end{array}$$

1.3 BRUCHRECHNUNG

Hauptnenner

Der Hauptnenner ist das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) der Nenner.

Beispiel: $\frac{1}{4}$ und $\frac{5}{6}$

Vielfache von 4: { 4; 8; 12; 16; 20; 24; ... }

Vielfache von 6: { 6; 12; 18; 24; ... }

kgV (4; 6) = 12 → Hauptnenner

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{12} \quad \text{und} \quad \frac{5}{6} = \frac{10}{12}$$

Wichtig!
Für den Notfall:
Einen gemeinsamen Nenner findest du immer, indem du die beiden Nenner miteinander multiplizierst.

Addition und Subtraktion

Bei der Addition oder Subtraktion von Brüchen mit **gleichem** Nenner addierst/subtrahierst du nur die Zähler.

Beispiele: $\frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3}{6}$ $\frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$

Bei **ungleichem** Nenner bringst du die Brüche vor der Addition oder Subtraktion auf einen gemeinsamen Nenner.

Beispiel: $\frac{1}{6} + \frac{2}{3}$
 $= \frac{1}{6} + \frac{4}{6}$
 $= \frac{5}{6}$

Multiplikation

Du multiplizierst Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner.

Beispiel: $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 2} = \frac{3}{8}$

Du kannst vor dem Multiplizieren Zähler und Nenner **über Kreuz und auch im Bruch kürzen**, jedoch nie Nenner mit Nenner oder Zähler mit Zähler.

Wichtig!
Wer nicht kürzt zur rechten Zeit muss rechnen bis in Ewigkeit!

Beispiele:

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{9} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$$

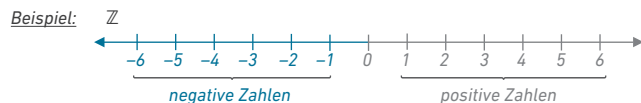
$$\frac{2}{4} \cdot \frac{3}{12} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$$

1.6 RATIONALE ZAHLEN

Menge der ganzen Zahlen

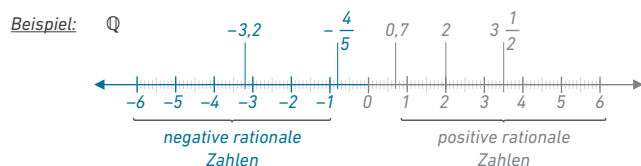
Die ganzen Zahlen sind eine Erweiterung der natürlichen Zahlen:

$$\mathbb{Z} = \{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$$



Menge der rationalen Zahlen

Die Menge der rationalen Zahlen \mathbb{Q} erhältst du, wenn du alle positiven und negativen Bruchzahlen einschließlich der Null zusammennimmst. Auch Dezimalzahlen gehören dazu, da sie sich als Bruch darstellen lassen.



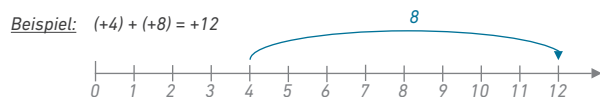
Vorzeichen und Rechenzeichen

Wenn Rechenzeichen und Vorzeichen aufeinander treffen, wird die Zahl zusammen mit ihrem Vorzeichen in Klammern gesetzt.

Beispiel: $(+7) + (-13)$

Addition und Subtraktion

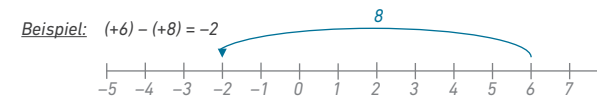
Bei der **Addition** gehst du auf der Zahlengeraden nach **rechts**.



1.6 RATIONALE ZAHLEN

Addition und Subtraktion

Bei der **Subtraktion** gehst du auf der Zahlengeraden nach **links**.



So kannst du Rechnungen vereinfachen:

- » Lasse überflüssige Klammern weg.
- » Lasse überflüssige Pluszeichen weg.

Beispiel: $-34 + (-12) - (+66) - (-8)$

$$= -34 - 12 - (+66) - (-8)$$

$$= -34 - 12 - 66 - (-8)$$

$$= -34 - 12 - 66 + 8$$

Multiplikation und Division

Bei der Multiplikation achtest du auf die Vorzeichen:

- plus · plus → plus
- plus · minus → minus
- minus · plus → minus
- minus · minus → plus

Beispiele: $2 \cdot 5 = 10$

$$4 \cdot (-3) = -12$$

$$-12 : 3 = -4$$

$$-20 : (-2) = 10$$

Die gleichen Regeln gelten auch bei der Division.



2.1 ZUORDNUNGEN

Proportionale Zuordnung

Eine Zuordnung ist proportional, wenn mit einem gleichbleibenden (positiven) Faktor multipliziert wird. Den Faktor nennt man **Proportionalitätsfaktor**.

„je mehr desto mehr“ und „je weniger desto weniger“

Beispiel: 15 Stück kosten 22,50 € und du berechnest mit dem Dreisatz den Preis für 8 Stück.

	Anzahl	Preis (€)	
	15	22,50	:15
:15	1	1,50	
·8	8	<u>12</u>	·8

Antiproportionale Zuordnung

Eine Zuordnung ist antiproportional, wenn das Produkt einander zugeordneter Werte immer gleich ist. Das Produkt nennt man auch **Antiproportionalitätsfaktor** (obwohl es eigentlich kein Faktor ist).

„je mehr desto weniger“ und „je weniger desto mehr“

Beispiel: Für 9 Personen ist der Preis eines gemeinsamen Geschenks 7,50 € pro Person. Wie viel muss eine Person zahlen, wenn sich 15 Personen am Geschenk beteiligen?

	Personen	Preis (€)	
	9	7,50	·9
·9	1	67,50	
·15	15	<u>4,50</u>	·15

2.2 PROZENTE UND ZINSEN

Wie du Prozente in Brüche umrechnest, erfährst du auf Seite 8.

2.2 PROZENTE UND ZINSEN

Prozent und Promille

Kleinere Anteile werden häufig auch in Promille (‰) angegeben.

Es gilt: $1\% = \frac{1}{1000}$ und $1\% = 10\text{‰}$

Begriffe der Prozentrechnung

Der **Grundwert G** ist das Ganze.
Der **Prozentwert P** ist ein Teil des Ganzen.
Der **Prozentsatz p** ist ein Anteil am Ganzen und wird meist in Prozent angegeben.

Beispiel: 49% der 30000 Einwohner sind Frauen. Das sind 14700 Personen.

$\frac{49\%}{\text{Prozentsatz}}$
 $\frac{30000}{\text{Grundwert}}$
 $\frac{14700}{\text{Prozentwert}}$

Formeln für die Prozentrechnung

Prozentsatz: $p\% = \frac{P \cdot 100}{G} \%$

Prozentwert: $P = \frac{p \cdot G}{100}$

Grundwert: $G = \frac{P \cdot 100}{p}$

Um p% vermehrter Grundwert G: $G \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$

Um p% verminderter Grundwert G: $G \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)$

Begriffe für die Zinsrechnung

Wenn man mit Geld rechnet, wird die Prozentrechnung auch oft Zinsrechnung genannt:

- Grundwert (G) → Kapital (K)
- Prozentsatz (p%) → Zinssatz (p%)
- Prozentwert (P) → Zinsen (Z)

Beispiel: Jule leiht sich von Matthias 200 € für ein Jahr. Sie muss ihm Zinsen in Höhe von 3,4% zahlen, also 6,80 €.

Zinssatz (p%)	3,4 %
Kapital (K)	200 €
Zinsen (Z)	6,80 €

2.2 PROZENTE UND ZINSEN

Formeln für die Zinsrechnung

Kapital: $K = \frac{Z \cdot 100}{p}$

Zinssatz: $p\% = \frac{Z \cdot 100}{K} \%$

Zinsen: $Z = \frac{p \cdot K}{100}$

Zinsen mit anderen Zeitangaben:

Der Faktor t beschreibt den Anteil der Zeitdauer an einem ganzen Jahr (360 Tage) für die das Kapital angelegt wird.

$$Z = \frac{p \cdot K}{100} \cdot t$$

2.3 TERME

Was ist ein Term?

Ein Term ist ein Rechenausdruck in dem Zahlen, Variablen und Rechenzeichen vorkommen können.

Beispiele: $4y - 5$ $\frac{a+b}{2}$
 $16 - 22$
 $(3a - 7b)$ $\frac{1}{4}z + \frac{2}{5}$

Terme multiplizieren

Du multiplizierst gleiche Variablen und alle Koeffizienten miteinander.

Beispiel: $3x \cdot 4x \cdot 2y$
 $= 3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot x \cdot x \cdot y$
 $= 24x^2y$

Terme zusammenfassen

Du kannst Terme mit gleichen Variablen zusammenfassen, also addieren oder subtrahieren. Auch gleiche Potenzen derselben Variablen kannst du zusammenfassen

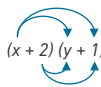
Beispiele: $3x + 4x + y$ $2y^2 + 3y + 2y^2$
 $= 7x + y$ $= 4y^2 + 3y$

 Der Koeffizient ist die Zahl vor der Variablen.

2.3 TERME

Multiplizieren von Klammerausdrücken

Du multiplizierst Summen (z. B. $3x + 2$) oder Differenzen (z. B. $x - 1$) mit einem Term, indem du jedes einzelne Glied der Summe/Differenz mit diesem Term multiplizierst.

Beispiel: 
 $(x + 2)(y + 1)$
 $= xy + x + 2y + 2$

Ausklammern

Wenn die Glieder einer Summe bzw. Differenz gleiche Faktoren enthalten, kannst du diese Summe bzw. Differenz in ein Produkt umwandeln, d. h., du klammerst den Faktor aus.

Beispiel: $3x^2 + 6y = 3x^2 + 3 \cdot 2y$
 $= 3 \cdot (x^2 + 2y)$
 $= 3(x^2 + 2y)$

Binomische Formeln

Erste binomische Formel: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Zweite binomische Formel: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Dritte binomische Formel: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Beispiel: $(2x + 4)^2$
 \rightarrow 1. binomische Formel mit: $a = 2x, b = 4$
 $= (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 4 + 4^2$
 $= 4x^2 + 16x + 16$

2.4 LINEARE GLEICHUNGEN UND UNGLEICHUNGEN

Lösungen und Lösungsmenge einer Gleichung

Die Lösungen sind diejenigen Werte der Grundmenge G , die nach dem Einsetzen an Stelle der Variablen eine wahre Aussage liefern.

Die Lösungsmenge besteht aus den Lösungen einer Gleichung oder Ungleichung.

2.4 LINEARE GLEICHUNGEN UND UNGLEICHUNGEN

Äquivalenzumformung

Mit Äquivalenzumformungen kannst du Gleichungen verändern, ohne deren Lösungsmenge zu ändern.

Beispiel: Addition/Subtraktion der gleichen Zahl oder des gleichen Terms auf beiden Seiten der Gleichung

$$\begin{aligned}x + 2 &= 1 && | -2 \\x + 2 - 2 &= 1 - 2 \\x &= -1\end{aligned}$$

Multiplikation mit einer von Null verschiedenen Zahl auf beiden Seiten der Gleichung:

Beispiel: $\frac{1}{2}x = 3 \quad | \cdot 2$

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}x \cdot 2 &= 3 \cdot 2 \\x &= 6\end{aligned}$$

Division durch eine von Null verschiedene Zahl auf beiden Seiten der Gleichung:

Beispiel: $3x = 6 \quad | : 3$

$$\begin{aligned}3x : 3 &= 6 : 3 \\x &= 2\end{aligned}$$

Äquivalenzumformungen bei Ungleichungen

Mit Äquivalenzumformungen kannst du Ungleichungen verändern, ohne deren Lösungsmenge zu ändern.

Beispiel: Addition/Subtraktion der gleichen Zahl oder des gleichen Terms auf beiden Seiten der Ungleichung

$$\begin{aligned}x + 2 &< 1 && | -2 \\x + 2 - 2 &< 1 - 2 \\x &< -1\end{aligned}$$

2.4 LINEARE GLEICHUNGEN UND UNGLEICHUNGEN

Äquivalenzumformungen bei Ungleichungen

Multiplikation mit einer positiven Zahl auf beiden Seiten der Gleichung:

Beispiele: Zahl ist positiv

$$\frac{1}{2}x > 3 \quad | \cdot 2$$

$$\frac{1}{2}x \cdot 2 > 3 \cdot 2$$

$$x > 6$$

Zahl ist negativ

$$-\frac{1}{3}x > 4 \quad | \cdot (-3)$$

$$-\frac{1}{3}x \cdot (-3) < 4 \cdot (-3)$$

$$x < -12$$

↑
Zeichen dreht sich um!



Wenn du mit einer negativen Zahl multiplizierst, dreht sich das Zeichen um!

Division durch eine von Null verschiedene Zahl auf beiden Seiten der Ungleichung:

Beispiele: Zahl ist positiv

$$3x \geq 6 \quad | : 3$$

$$3x : 3 \geq 6 : 3$$

$$x \geq 2$$

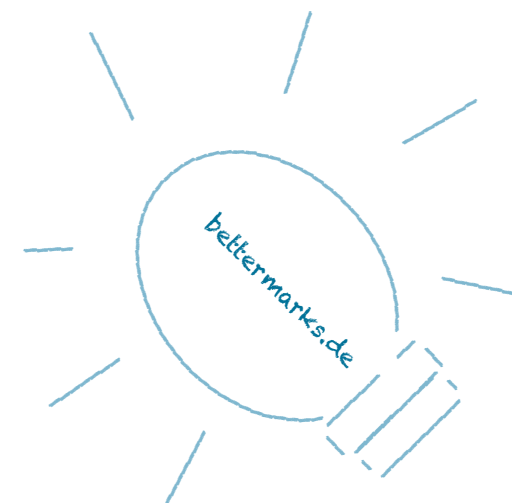
Zahl ist negativ

$$-2x \geq 4 \quad | : (-2)$$

$$-2x : (-2) \leq 4 : (-2)$$

$$x \leq -2$$

↑
Zeichen dreht sich um!



3.1 KARTEN, MASSSTAB, GEOMETRISCHE GRUNDBEGRIFFE UND SYMMETRIE

Maßstab

Der Maßstab beschreibt, wie stark verkleinert oder vergrößert wurde.

Ein Maßstab wird über ein Verhältnis zweier Zahlen angegeben:

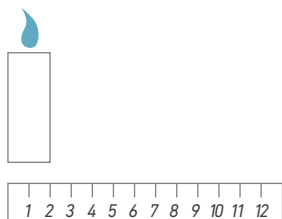
1 : 10 bedeutet, dass 1 cm auf der Karte in Wirklichkeit 10 cm sind: Verkleinerung.

2 : 1 bedeutet, dass 2 cm auf der Karte in Wirklichkeit 1 cm sind: Vergrößerung.

Beispiel: Die Kerze wurde im Bild mit 2 cm Breite im Maßstab 1 : 3 dargestellt.

Du rechnest:
 $2 \text{ cm} \cdot 3 = 6 \text{ cm}$

Die Kerze ist in Wirklichkeit 6 cm breit.



Grundbegriffe der Geometrie

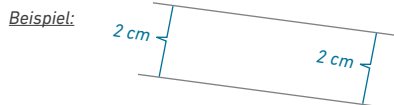
Eine **Strecke** ist die kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten.

Einen **Strahl** erhältst du, wenn du eine Strecke nach einer Seite beliebig verlängerst.

Eine **Gerade** erhältst du, wenn du eine Strecke nach beiden Seiten beliebig verlängerst.



Zwei Geraden sind **parallel**, wenn sie sich nicht schneiden und überall den gleichen Abstand zueinander haben.



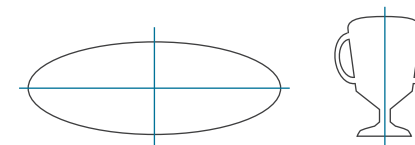
!
 Parallele Geraden schneiden sich NIEMALS!

3.1 KARTEN, MASSSTAB, GEOMETRISCHE GRUNDBEGRIFFE UND SYMMETRIE

Achsensymmetrie

Eine **achsensymmetrische Figur** kannst du so falten (längs der Symmetrieachse), dass beide Hälften genau aufeinander passen.

Beispiele:



Drehsymmetrie

Eine **drehsymmetrische Figur** kannst du so um einen festen Punkt drehen (Drehpunkt), dass sich die gedrehte Figur und die Ausgangsfigur nicht unterscheiden, auch wenn du keine volle Umdrehung durchgeführt hast.

Beispiel:



Verschiebung

Bei einer **Verschiebung** wird jeder Punkt der Ausgangsfigur um die gleiche Strecke in dieselbe Richtung verschoben.

Beispiel:

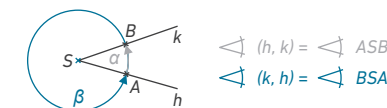


3.2 DREIECKE UND KONSTRUKTIONEN

Winkel

Ein Winkel wird von zwei Strahlen (Schenkeln) gebildet, die von einem gemeinsamen Scheitelpunkt ausgehen. Du bezeichnest den Winkel mit kleinen griechischen Buchstaben oder indem du drei Punkte angibst. Der Scheitelpunkt steht dabei immer in der Mitte.

Beispiel:



!
 Es wird im mathematisch positiven Drehsinn gedreht: gegen den Uhrzeigersinn.

Der Winkel $\sphericalangle ASB$ entsteht, wenn der Schenkel AS auf den Schenkel SB gedreht wird.

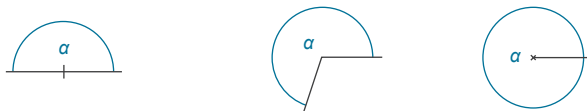
3.2 DREIECKE UND KONSTRUKTIONEN

Winkelarten

Nullwinkel $\alpha = 0^\circ$ spitzer Winkel $0 < \alpha < 90^\circ$ rechter Winkel $\alpha = 90^\circ$ stumpfer Winkel $90^\circ < \alpha < 180^\circ$

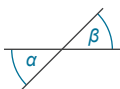


gestreckter Winkel $\alpha = 180^\circ$ überstumpfer Winkel $180^\circ < \alpha < 360^\circ$ Vollwinkel $\alpha = 360^\circ$

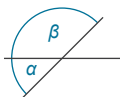


Winkel mit besonderen Eigenschaften

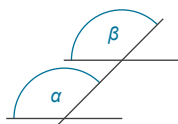
Scheitelwinkel sind gleich groß: $\alpha = \beta$.



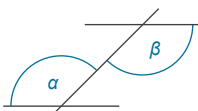
Nebenwinkel ergänzen einander zu 180° : $\alpha + \beta = 180^\circ$.



Stufenwinkel an geschnittenen Parallelen sind gleich groß: $\alpha = \beta$.



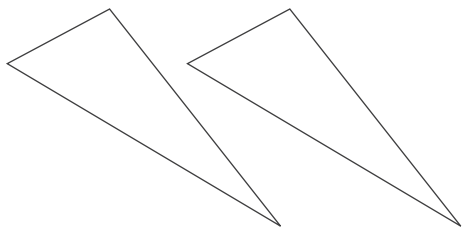
Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen sind gleich groß: $\alpha = \beta$.



Kongruenz

Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie deckungsgleich sind.

Beispiel:



Kongruenz ist lateinisch und heißt Übereinstimmung.

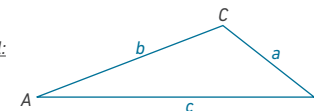
3.2 DREIECKE UND KONSTRUKTIONEN

Kongruenzsätze

Seite – Seite – Seite (sss):

Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in drei Seiten übereinstimmen.

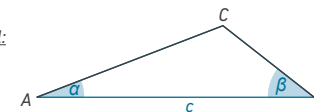
Beispiel:



Winkel – Seite – Winkel (wsw):

Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in einer Seite und den beiden anliegenden Winkeln übereinstimmen.

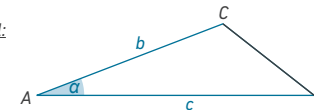
Beispiel:



Seite – Winkel – Seite (sws):

Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel übereinstimmen.

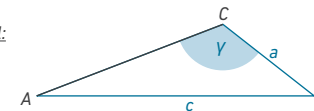
Beispiel:



Seite- Seite- Winkel (Ssw):

Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in zwei Seiten und dem der längeren Seite gegenüberliegenden Winkel übereinstimmen.

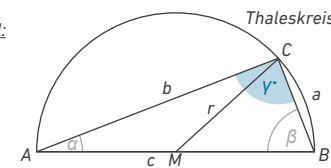
Beispiel:



Satz des Thales

Wenn ein Punkt C auf dem Halbkreis über der Strecke \overline{AB} liegt, dann hat das Dreieck ABC bei C einen rechten Winkel.

Beispiel:



weiter geht's auf der nächsten Seite

3.2 DREIECKE UND KONSTRUKTIONEN

Satz des Thales

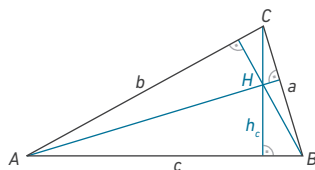
Umkehrung:

Wenn von einem Punkt C aus die Strecken zu den Endpunkten einer Strecke \overline{AB} einen rechten Winkel einschließen, dann liegt der Punkt C auf dem Halbkreis über der Strecke \overline{AB} .

Besondere Linien im Dreieck

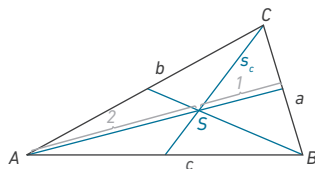
Die **Höhen im Dreieck** stehen senkrecht auf den Seiten des Dreiecks und schneiden sich im Höhenschnittpunkt H.

Beispiel:



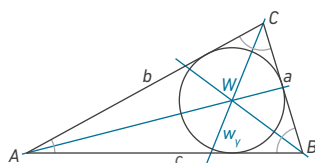
Die **Seitenhalbierenden im Dreieck** verbinden die Mittelpunkte der Seiten mit den jeweils gegenüberliegenden Eckpunkten. Sie schneiden sich im Schwerpunkt S im Verhältnis 1:2.

Beispiel:



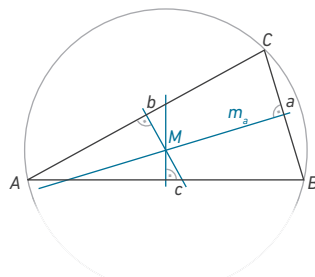
Die **Winkelhalbierenden im Dreieck** halbieren die Innenwinkel des Dreiecks. Sie schneiden sich im Inkreismittelpunkt W.

Beispiel:



Die **Mittelsenkrechten im Dreieck** stehen senkrecht auf den Seiten und verlaufen durch deren Mittelpunkte. Sie schneiden sich im Umkreismittelpunkt M.

Beispiel:

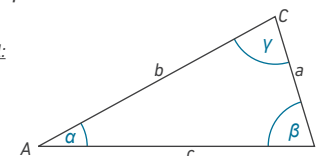


3.2 DREIECKE UND KONSTRUKTIONEN

Innenwinkelsumme im Dreieck

Die Summe der Innenwinkel eines Dreiecks beträgt 180° :
 $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$.

Beispiel:



Dreiecksungleichungen

Für die Seitenlängen a, b, c im Dreieck gilt:
 $a + b > c$, $b + c > a$, $a + c > b$

3.3 UMFANG UND FLÄCHE

Umfang U

Der Umfang einer ebenen Figur ist die Summe der Seitenlängen und wird häufig mit U abgekürzt.

Flächeninhalt A

Der Flächeninhalt einer ebenen Figur (kurz auch Fläche) ist die Größe der Fläche und wird häufig mit A abgekürzt.

Allgemeines Dreieck

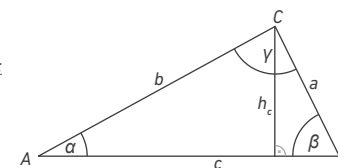
$$U = a + b + c$$

$$A = \frac{1}{2} g \cdot h \leftarrow \begin{matrix} \text{Höhe} \\ \uparrow \\ \text{Grundseite} \end{matrix}$$

Speziell für die Seitenlängen a, b und c und die zugehörigen Höhen h_a , h_b bzw. h_c gilt:

$$A = \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} b \cdot h_b = \frac{1}{2} c \cdot h_c$$

Beispiel:



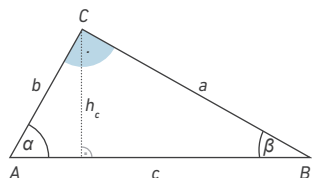
3.3 UMFANG UND FLÄCHE

Rechtwinkliges Dreieck

Ein rechtwinkliges Dreieck hat genau einen rechten Winkel.

$$U = a + b + c$$

$$A = \frac{1}{2} a \cdot b$$

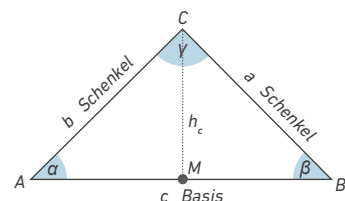


Gleichschenkliges Dreieck

Das gleichschenklige Dreieck hat zwei gleich große Winkel.

$$U = 2a + c$$

$$A = \frac{1}{2} c \cdot h_c$$



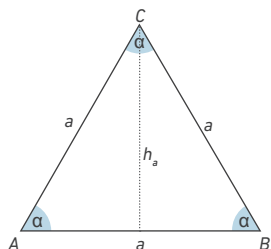
Gleichseitiges Dreieck

Alle Winkel sind gleich groß: $\alpha = 60^\circ$.

$$U = 3a$$

$$A = \sqrt{3} \cdot \frac{a^2}{4}$$

$$h = h_a = \sqrt{3} \cdot \frac{a}{2}$$

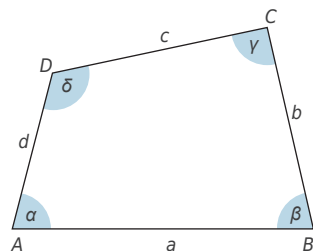


Wusstest du, dass sich im gleichseitigen Dreieck Höhen, Mittelsenkrechten und Winkelhalbierende im gleichen Punkt schneiden?

Allgemeines Viereck

Innenwinkelsumme:
 $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$

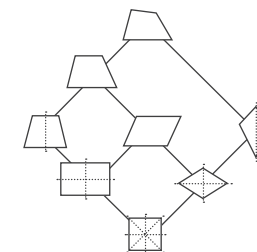
$$U = a + b + c + d$$



3.3 UMFANG UND FLÄCHE

Haus der Vierecke

Im Haus der Vierecke kannst du vom allgemeinen zum speziellen Viereck nachverfolgen wie die Eigenschaften spezieller werden.

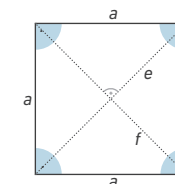


Quadrat

Die Innenwinkel sind gleich groß (90°). Die Diagonalen sind zueinander senkrecht und gleich lang.

$$U = 4a$$

$$A = a^2$$

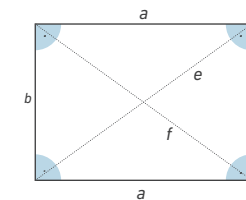


Rechteck

Die Innenwinkel sind gleich groß (90°). Die Diagonalen sind gleich lang.

$$U = 2(a + b)$$

$$A = a \cdot b$$



Raute

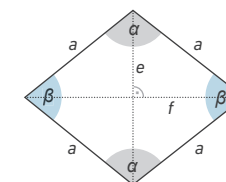


... heißt auch Rhombus

Die gegenüberliegenden Innenwinkel sind gleich groß. Die Diagonalen sind zueinander senkrecht.

$$U = 4a$$

$$A = a \cdot h_a = \frac{1}{2} e \cdot f$$



3.3 UMFANG UND FLÄCHE

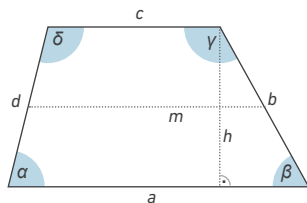
Trapez

Mindestens zwei Seiten sind zueinander parallel.

$$U = a + b + c + d$$

$$A = \frac{(a + c)}{2} \cdot h$$

$$= m \cdot h$$



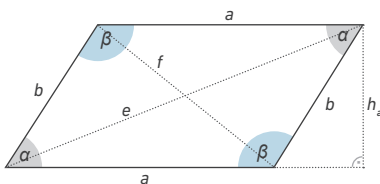
Parallelogramm

Die gegenüberliegenden Seiten sind parallel zueinander und gleich lang. Die gegenüberliegenden Winkel sind gleich groß.

$$U = 2 \cdot (a + b)$$

$$A = g \cdot h \leftarrow \text{Höhe}$$

↑
Grundseite



Speziell für die Seitenlängen a und b und die zugehörigen Höhen h_a bzw. h_b gilt:

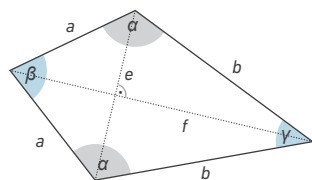
$$A = a \cdot h_a = b \cdot h_b$$

Drachenviereck

Die Diagonalen sind zueinander senkrecht. Mindestens zwei gegenüberliegende Winkel sind gleich groß.

$$U = 2 \cdot (a + b)$$

$$A = \frac{1}{2} e \cdot f$$



Kreis

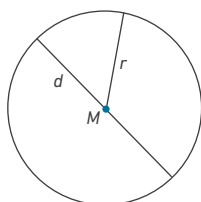
Der Kreis beschreibt alle Punkte, die vom Mittelpunkt M den gleichen Abstand r (Radius) haben. Der Durchmesser ist doppelt so groß wie der Radius.

$$d = 2r$$

$$U = 2\pi r = \pi d$$

$$A = \pi r^2 = \frac{\pi}{4} d^2$$

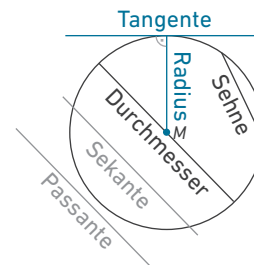
$$\pi = 3,14159 \dots$$



Wusstest du, dass Pi auch Kreiszahl genannt wird und unendlich viele Nachkommastellen hat?

3.3 UMFANG UND FLÄCHE

Besondere Linien im Kreis



Die **Sehne** verbindet zwei Punkte des Kreises.

Der **Durchmesser** ist eine Sehne durch den Mittelpunkt des Kreises.

Der **Radius** ist der halbe Durchmesser und eine Strecke zwischen Mittelpunkt und einem Punkt auf der Kreislinie.

Die **Sekante** schneidet den Kreis in zwei Punkten.

Die **Tangente** ist eine Gerade, die den Kreis in einem Punkt (Berührungspunkt) berührt.

Die **Passante** ist eine Gerade, die den Kreis nicht berührt und nicht schneidet.

3.4 VOLUMEN UND OBERFLÄCHE

Volumen und Oberfläche

Das **Volumen** eines Körpers beschreibt seinen Rauminhalt und wird meistens mit V abgekürzt.

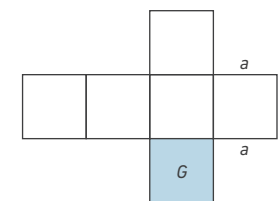
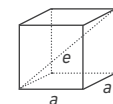
Die **Oberfläche O** eines Körpers beschreibt die Fläche des Körpernetzes und wird oft aus der Mantelfläche M und der Grundfläche G berechnet.

Würfel

» Hat 12 gleich lange Kanten
 » Wird von 6 zueinander kongruenten Quadraten begrenzt

$$O = 6a^2$$

$$V = a^3$$



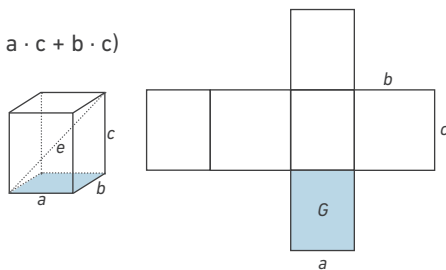
3.4 VOLUMEN UND OBERFLÄCHE

Quader

- » Hat 12 Kanten
- » Wird von 6 Rechtecken begrenzt

$$O = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

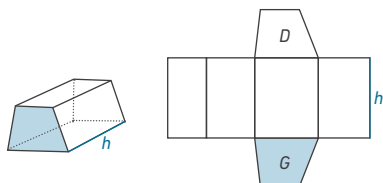


Prisma

- » Grund- und Deckfläche sind kongruent und zueinander parallel

$$O = 2G + M$$

$$V = G \cdot h$$

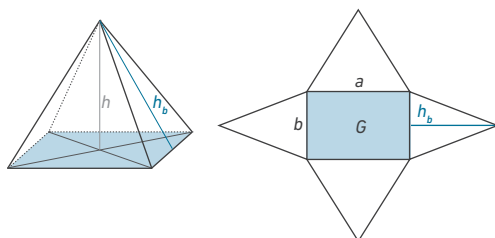


Pyramide

- » Grundfläche ist ein n-Eck
- » Mantelfläche besteht aus Dreiecken

$$O = G + M$$

$$V = \frac{1}{3} G \cdot h$$



3.4 VOLUMEN UND OBERFLÄCHE

Zylinder

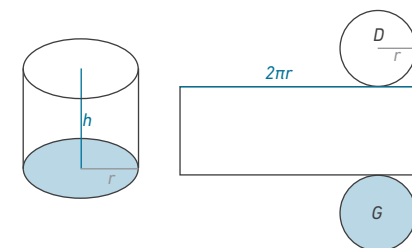
- » Grund- und Deckfläche sind kongruente, zueinander parallele Kreise
- » Abgewickelte Mantelfläche ist ein Rechteck

$$G = \pi r^2$$

$$M = 2\pi r h$$

$$O = 2G + M$$

$$V = G \cdot h = \pi r^2 \cdot h$$



Kegel

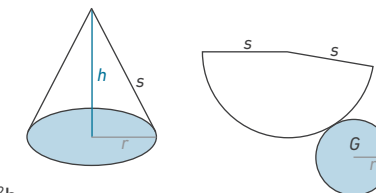
- » Grundfläche ist ein Kreis
- » Abgewickelte Mantelfläche ist ein Kreisausschnitt

$$G = \pi r^2$$

$$M = \pi r s$$

$$O = G + M$$

$$V = \frac{1}{3} G \cdot h = \frac{\pi}{3} r^2 h$$

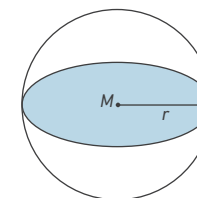


Kugel

- » Beschreibt alle Punkte im Raum, die vom Mittelpunkt M den gleichen Abstand r (Radius) haben.

$$O = 4\pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

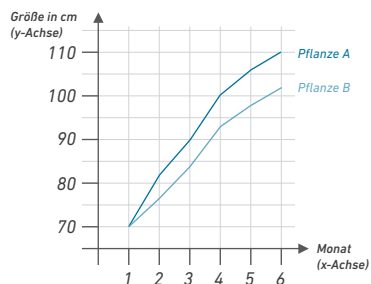


4.1 DATEN, DIAGRAMME UND HÄUFIGKEITEN

Kurvendiagramm

Ein Kurvendiagramm benutzt du, wenn du einen zeitlichen Verlauf oder Trend verdeutlichen möchtest.

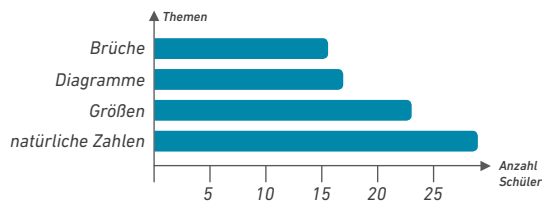
Beispiel: Wachstum zweier identischer Zimmerpflanzen. Pflanze A steht an einem Fenster, Pflanze B in einer Zimmerecke mit wenig Licht.



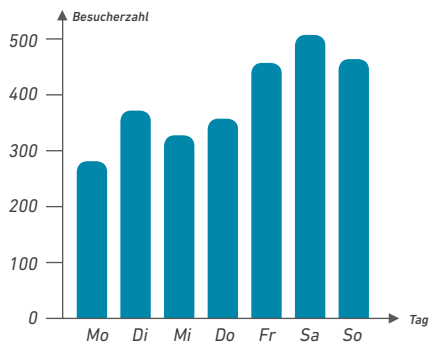
Balken- und Säulendiagramm

Mit einem Säulen- oder einem Balkendiagramm kannst du die Häufigkeit von Daten gut abbilden und vergleichen.

Beispiel: Am häufigsten bearbeitete Themen der Klasse 6b bei bettermarks



Beispiel: Besucherzahlen im Planetarium

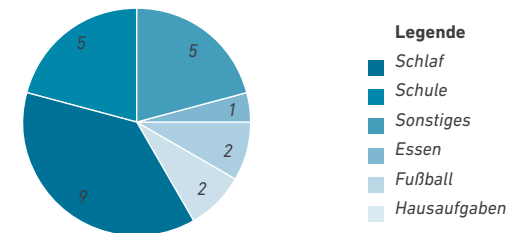


4.1 DATEN, DIAGRAMME UND HÄUFIGKEITEN

Kreisdiagramm

Mit einem Kreisdiagramm kannst du Mengenangaben abbilden und Gegensätze verdeutlichen. Die beobachteten Daten werden als Bruchteile eines Ganzen dargestellt.

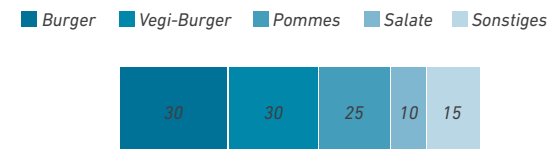
Beispiel: Mikos Tag (in Stunden)



Streifendiagramm

Mit einem Streifendiagramm kannst du Mengen abbilden und Gegensätze verdeutlichen. Du kannst die Daten als Bruchteile eines Ganzen darstellen.

Beispiel: Kundenbestellungen in einem Burger-Restaurant



Bilddiagramm

Manchmal gibt es geeignete Symbole, um die Größe einer Zahl zu veranschaulichen.

Beispiel: Bei bettermarks für erfolgreich abgeschlossene Tests gesammelte Sterne



4.1 DATEN, DIAGRAMME UND HÄUFIGKEITEN

Median

Median bei ungerader Anzahl:

Du sortierst die Zahlwerte der Größe nach. Der Median entspricht dann dem Wert, der sich genau in der Mitte befindet.

Beispiel:

	Laura	Imke	Luca	Pia	Ramon
Körpergröße in cm	131	145	156	169	174

↑
Median

Median bei gerader Anzahl:

Du bildest die Summe der beiden mittleren Werte und dividierst durch zwei.

Beispiel:

Median: $(9 + 7) : 2 = 8$

	Paula	Lea	Sören	Hugo
Alter in Jahren	4	9	7	11

Mittelwert

Du addierst alle Beobachtungswerte und dividierst diese dann durch die Gesamtanzahl der Beobachtungen.

Beispiel:

4 Schüler

	Leo	Jörn	Erkan	Tom
Körpergröße in cm	179	171	177	183

$$\text{Mittelwert: } \frac{179 + 171 + 177 + 183}{4} = 177,5$$

Median und Mittelwert

Extremwerte (Ausreißer) haben kaum Einfluss auf den Median, sehr wohl aber auf den Mittelwert.

Beispiel:

Extremwert

Wochentag	Montag	Dienstag	Mittwoch	Donnerstag	Freitag
Anzahl produzierter Autos	420	450	0	390	440

Median: 0, 390, 420, 440, 450 420 ← Median

$$\text{Mittelwert: } \frac{(420 + 450 + 0 + 390 + 440)}{5} = 340 \leftarrow \text{Mittelwert}$$

Der Mittelwert hat den Wert der produzierten Autos stark verändert!

GLOSSAR

A Abrunden	2	E Extremwert	34
Achsensymmetrie	21	Faktor	2
Addition	2	Flächeneinheiten umwandeln	10
Addition von Brüchen	9	Flächeninhalt	25
Addition von rationalen Zahlen	12	G Gemischte Zahl	7
Addition, schriftliche	3	Gerade	20
Allgemeines Dreieck	25	Gleichschenkliges Dreieck	26
Antiproportionale Zuordnungen	14	Gleichseitiges Dreieck	26
Antiproportionalitätsfaktor	14	Große Zahlen	3
Äquivalenzumformung	18	größter gemeinsamer Teiler	6
Aufrunden	2	Grundseite	25
Ausklammern	17	Grundwert	15
Ausreißer	34	H Hauptnenner	9
B Balkendiagramm	32	Haus der Vierecke	27
Basis	4	Höhe	25
Beobachtungswert	34	Hohlmaße umwandeln	10
Bilddiagramm	33	I Innenwinkelsumme im Dreieck	25
Binomische Formeln	17	K Kapital	15
Bruch, echter	7	Kegel	31
Bruch, unechter	7	kleinstes gemeinsames Vielfaches	7
Bruchrechnung	7	Kommazahl	10
Bruchstrich	7	Kongruenz	22
Bruchzahl	12	Kongruenzsätze	23
D Dezimalzahl	10	Kreis	28
Dezimalzahl, periodische	10	Kreisausschnitt	31
Diagramm	32	Kreisdiagramm	33
Differenz	2	Kugel	31
Dividend	2	Kurvendiagramm	32
Division	2	Kürzen	8
Division von Brüchen	10	L Längeneinheiten umwandeln	10
Division von rationalen Zahlen	13	Lineare Gleichungen	17
Division, schriftliche	4	Lösung einer Gleichung	17
Divisor	2	Lösungsmenge	17
Drachenviereck	28	M Mantelfläche	29, 31
Drehsymmetrie	21	Masseneinheiten umwandeln	10
Dreieck, allgemeines	25	Maßstab	20
Dreieck, gleichschenkliges	26	Median	34
Dreieck, gleichseitiges	26	Million	3
Dreieck, rechtwinkliges	26	Minuend	2
Durchmesser	29	Mittelwert	34
E Einmaleins	3	Multiplikation	2
Erweitern	8	Multiplikation von Brüchen	9
Exponent	4	Multiplikation von rationalen Zahlen	13

GLOSSAR

M Multiplikation, schriftliche	3	R Runden	2
N Nachkommastelle	10	Rundungsstelle	2
Natürliche Zahl	3, 12	S Satz des Thales	23
Nebenwinkel	22	Säulendiagramm	32
Nenner	7	Scheitelwinkel	22
Nullwinkel	22	Schriftliche Addition	3
O Oberfläche	29	Schriftliche Division	4
P Parallelen	20	Schriftliche Multiplikation	4
Parallelogramm	28	Schriftliche Subtraktion	3
Passante	29	Sehne	29
Periodische Dezimalzahl	10	Sekante	29
Potenzen	4	Spitzer Winkel	22
Primfaktorzerlegung	6	Strahl	20
Primzahl	6	Strecke	20
Prisma	30	Streifendiagramm	33
Produkt	2	Stufenwinkel	22
Promille	14	Stumpfer Winkel	22
Proportionale Zuordnungen	14	Subtrahend	2
Proportionalitätsfaktor	14	Subtraktion	2, 12
Prozent	8, 14	Subtraktion von Brüchen	9
Prozentrechnung	15	Summand	2
Prozentsatz	15	Summe	2
Prozentwert	8, 15	T Tangente	29
Punkt	20	Teilbarkeit	5
Pyramide	30	Teilbarkeitsregeln	5
Q Quader	30	Teiler	5
Quadrat	27	Terme	16
Quadratzahlen	5	Terme multiplizieren	16
Quersumme	5	Terme zusammenfassen	16
Quotient	2	Thaleskreis	23
R Radius	29	Transversalen	24
Rationale Zahl	12	Trapez	28
Raumeinheiten umwandeln	10	U Überstumpfer Winkel	22
Rauminhalt	29	Übertrag	3
Raute	27	Umfang	25
Rechengesetze	2	Umwandeln	8
Rechenregeln	2	Umwandlung von Maßeinheiten	10
Rechenzeichen	12	Ungleichungen	17
Rechteck	27	V Variablen	16
Rechter Winkel	22	Verschiebung	21
Rechtwinkliges Dreieck	26	Vielfache	6
Rest	4	Vollwinkel	22
Rhombus	27	Volumen	29

GLOSSAR

V Vorzeichen	12
W Wechselwinkel	22
Winkel	21
Winkelarten	22
Würfel	29
Z Zahl, gemischte	7
Zahl, rationale	12
Zahlengerade	12
Zähler	7
Zeiteinheiten umwandeln	10
Zinsen	15
Zinsrechnung	15
Zinssatz	15
Zuordnungen	14
Zuordnungen, antiproportionale	14
Zuordnungen, proportionale	14
Zylinder	31